Идентификация и трактовка выделяющихся результатов измерений при ключевых сличениях

Л.Нильсен

Датский Институт Фундаментальной Метрологии

ln@dfm.dtu.dk

В более ранней своей работе [1] автор показал, что метод наименьших квадратов может быть применен фактически для любых сличений и даже группы взаимосвязанных сличений при следующих условиях:

1. Может быть задана модель для опорных значений с одним или более неизвестными параметрами.
2. Представлены результаты измерений участников сличений и соответствующая ковариационная матрица.

Оценки неизвестных параметров модели для опорных значений и соответствующую ковариационную матрицу можно определить методом наименьших квадратов. Эти оценки достоверны только, если результаты измерений, представленные участниками сличений согласуются с моделью опорных значений с учетом ковариационной матрицы этих измерений. Поэтому необходима робастная процедура идентификации и трактовки выделяющихся результатов измерений.

В настоящем докладе будет показано, как могут быть использованы нормированные отклонения [1, 2] для идентификации выделяющихся измерений. Нормированные отклонения d_i результата измерения x_i, i=1,…, n, определяются как :

$$d_i = \frac{x_i - x_{ref,i}}{u(x_i - x_{ref,i})}, \qquad (1)$$

где $x_{ref,i}$ опорное значение, соответствующие x_i , рассчитанные на основе параметров, оцененных методом наименьших квадратов. В силу корреляции между x_i и $x_{ref,i}$, выражение (1) может быть представлено в виде:

$$d_i = \frac{x_i - x_{ref,i}}{\sqrt{u^2(x_i) - u^2(x_{ref,i})}}. \qquad (2)$$

Если $|d_i|>2$, то результат измерения x_i является потенциально выделяющимся результатом. Если значение критерия хи-квадрат χ^2 указывает, что результаты измерения не согласуются с моделью [1], то предлагается удалить результат x_k с наибольшим значением $|d_k|$ из числа входных данных при обработке методом наименьших квадратов. После чего снова вычисляют оценки параметров и рассчитывают новые опорные значения $x_{ref,i}$

(включая $x_{ref,k}$). Модифицированные нормированные отклонения d_i, $i\neq k$ рассчитывают по (2), а нормированное отклонение d_k результата измерения x_k, исключенного из обработки по методу наименьших квадратов, рассчитывают по следующей формуле:

$$d_k = \frac{x_k - x_{ref,k}}{\sqrt{u^2(x_k) + u^2(x_{ref,k}) - 2u(x_k, x_{ref,k})}}\,. \qquad (3)$$

Отметим, что если результат x_k независим от x_i, $i\neq k$, то x_k независим от опорного значения $x_{ref,k}$, и в итоге ковариация $u(x_k, x_{ref,k})$ равна нулю. Можно показать, что если единственный результат x_k исключается из оценивания по методу наименьших квадратов, то новое значения нормированного отклонения d_k рассчитанное по (3) совпадает со старым значением d_k , рассчитанным по (2). Другими словами, нормированные отклонения не зависят от того, включен или нет результат в обработку по методу наименьших квадратов! Это подтверждение робастности представленной процедуры идентификации выделяющихся результатов измерений.

Если оставшееся множество результатов измерений все еще не согласуется с моделью, тогда идентифицируют следующий из выделяющихся результатов измерения и также исключают его из вычислений по методу наименьших квадратов. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не останется множество результатов, согласующиеся с моделью.

В отчете по ключевым сличениям следует указывать результаты всех участников и приводить соответствующие нормированные отклонения, но следует указывать результаты измерений, исключенные из обработки по методу наименьших квадратов. Поскольку целью ключевых сличений является обеспечения подтверждения неопределенностей, заявленных НМИ в таблицах возможностей калибровки и измерений, то последствия признания результата измерений выделяющимся должны быть определены. Логическим следствием явилось бы увеличение заявленной неопределенности с таблице возможностей, но насколько – вот вопрос? Поскольку речь идет о взаимном признании результатов измерений, то этот вопрос скорее политический, чем научный. Простое решение, которое могло бы быть приемлемым для всех сторон, вовлеченных в решение данного вопроса, состоит в следующем:

Увеличивать стандартную неопределенность $u(x_k)$ выделяющегося результата измерения x_k до тех пор, пока выражение (3) не даст нормированного отклонения d_k , обеспечивающего равенство :

$$d_k^2 = 1 \qquad (4)$$

Это равенство отражает тот факт, что нормированное d имеет математическое ожидание 0 и дисперсию 1, которая означает, что $E(d^2)=1$. Стандартная неопределенность $u(x_k)$, удовлетворяющая (4), равна:

$$u^2(x_k) = (x_k - x_{ref,k})^2 - u^2(x_{ref,k}) + 2u(x_k, x_{ref,k})\,. \qquad (5)$$

Расширенная неопределенность U , включаемая в таблицу возможностей, вычисляется как $U=k_p u(x_k)$, где k_p – коэффициент охвата, обеспечивающий соответствующую заданную вероятность p.

Описанная процедура идентификации и трактовки выделяющихся измерений совершенно отличается от процедуры устранения несогласованности модели и данных, описываемой в [3]. В то время как первая процедура идентифицирует выделяющиеся измерения и увеличивает неопределенности этих результатов, то последняя не только увеличивает неопределенности результатов, но также изменяет сами результаты. Несмотря на то, что последняя процедура теоретически хорошо обоснована, трудности могут возникнуть при принятии такой процедуры, которая корректирует результаты измерений, предоставляемые НМИ при ключевых сличениях, поскольку НМИ понадобились бы процедуры корректировки всех подобных измерений, проводимых впоследствии.

[1] Lars Nielsen, Evaluation of measurement intercomparisons by the method of least squares, *DFM report* DFM-99-R39 (2000)

[2] Lars Nielsen, Evaluation of measurements by the method of least squares, presented at *Algorithms for Approximation IV*, Huddersfield, 16-20 June 2001

[3] K. Weise and W. Wöger, Removing model and data non-conformity in measurement evaluation, *Meas. Sci. Technol.* **11** (2000) 1649-1658