

Обработка данных и вычисление неопределенностей при ключевых сличениях

А.Г. Чуновкина, В.А. Слаев

ВНИИМ, Россия

Обсуждается понятие эквивалентности эталонов и количественные меры эквивалентности. Предлагается разделить задачу контроля приписанных характеристик точности эталонов и задачу определения степени эквивалентности эталонов. Рассматриваются пути использования степени эквивалентности.

1. Понятие эквивалентности национальных эталонов

Понятие эквивалентности эталонов является относительно новым в метрологии и поэтому требует дополнительной конкретизации и пояснения. В повседневной жизни эквивалентность каких-либо объектов понимается как их взаимозаменяемость, неразличимость при решении определенных задач. Для эталонов это, прежде всего, задачи калибровки.

Традиционно роль сличений национальных эталонов состоит в обеспечении объективной основы для взаимного признания результатов измерений (в частности, сертификатов калибровки), а именно: подтверждении достоверности приписанных характеристик точности эталонов. Процедура контроля приписанных характеристик точности заключается в сопоставлении полученных расхождений между результатами измерений с приписанными характеристиками точности эталонов. Если расхождения лежат в пределах заявленных неопределенностей эталонов, то это косвенно подтверждает достоверность последних.

Анализ расхождений между результатами измерений представляет также и самостоятельный интерес при исследовании эталонов, выявлении и анализе систематических расхождений в воспроизведении размеров единиц физических величин. В конечном итоге, это ведет к совершенствованию эталонов и повышению точности воспроизведения размеров единиц.

Близость полученных результатов может быть объяснена в ряде случаев наличием приблизительно одинаковых систематических сдвигов при воспроизведении размера единиц в национальных лабораториях. Предлагается, в общем случае, под эквивалентностью эталонов понимать близость их систематических погрешностей.

Таким образом, возникает в ходе сличений две задачи: контроль приписанных характеристик точности эталонов и оценивание близости их систематических погрешностей. В дальнейшем для простоты изложения будем первую задачу называть задачей А, а вторую – задачей В, при сличениях национальных эталонов. Если в ходе контроля подтверждаются приписанные характеристики точности эталонов, то они и являются количественным выражением возможностей данного национального института при проведении калибровок.

2. Количественные меры эквивалентности эталонов и их оценки

Для пары эталонов степень их эквивалентности естественно определить, как разность их систематических погрешностей или систематический сдвиг в результатах при воспроизведении единицы физической величины.

На основании данных, полученных при сличениях, вычисляется оценка степени эквивалентности:

- оценка систематического сдвига между результатами измерений: для пары эталонов – это разность результатов измерений;
- неопределенность этой оценки.

Если в сличениях участвует группа эталонов, то степень эквивалентности каждого эталона данной группе может быть выражена, как степень эквивалентности этого эталона каждому эталону группы.

Возможно, такое представление не очень наглядно, поэтому предлагается ввести опорное значение при проведении ключевых сличений, и степень эквивалентности выражать в виде систематического отклонения результата измерения от опорного значения. Оценкой степени эквивалентности в данном случае является разность между результатом измерения и опорным значением, а также неопределенность этой разности.

Вопрос о роли и способе выбора опорного значения остается дискуссионным. Опорное значение является, в определенном смысле, ближайшим к большинству полученных значений при сличениях (т.е. оно имеет «средний» систематический сдвиг относительно значения измеряемой величины). Ясно, что опорное значение не имеет физического смысла, т.к. оно не воспроизводится, в общем случае, каким-либо конкретным эталоном. При возможной значительной корреляции данных разных лабораторий трудно оценить точность опорного значения, как оценки значения измеряемой величины. Без наличия данных предыдущих сличений невозможно также судить о стабильности такого опорного значения.

3. Задачи ключевых сличений эталонов

3.1. Модели данных при ключевых сличениях:

Модель данных в задаче А:

$$X_i = a + m_i + \varepsilon_i,$$

где X_i – результат измерения в i -ой лаборатории,

a – значение измеряемой величины,

m – систематический сдвиг в i -ой национальной лаборатории,

ε_i – случайные погрешности в i -ой национальной лаборатории.

Модель данных в задаче В:

$$X_i - \hat{X}_{ref} = \tilde{m}_i + \varepsilon_i + \varepsilon_{ref},$$

где \hat{X}_{ref} – оценка опорного значения, полученная при ключевых сличениях,

\tilde{m}_i – степень эквивалентности i -го эталона,

ε_i – случайные погрешности в i -ой национальной лаборатории,

ε_{ref} – случайная погрешность оценки опорного значения.

3.2. Представление данных, полученных при ключевых сличениях:

- u_{Bi} – стандартная суммарная неопределенность, обусловленная систематическими эффектами (в большинстве случаев она оценивается по типу В),
- u_{Ai} – стандартная суммарная неопределенность, обусловленная случайными эффектами (в большинстве случаев она оценивается по типу А),
- u_i – суммарная стандартная неопределенность,
- u_{ref} – стандартная неопределенность опорного значения,
- u_{Aref} – стандартная неопределенность опорного значения, обусловленная случайными эффектами,
- u_{ij} – ковариация результатов в i -ой и j -той лабораториях,
- u_{Aij} – ковариация результатов в i -ой и j -той лабораториях, обусловленная случайными погрешностями,
- u_{iref} – ковариация результата в i -ой лаборатории и опорного значения,
- u_{Airef} – ковариация результата в i -ой лаборатории и опорного значения, обусловленная случайными эффектами.

3.3. Задача А и В для двух эталонов

Результаты ключевых сличений не противоречат приписанным характеристикам точности эталонов, если их разность лежит в пределах расширенной неопределенности. Коэффициент охвата в данном случае должен быть оговорен заранее, например — 2:

$$|X_1 - X_2| \leq 2\sqrt{u_1^2 + u_2^2 - 2u_{12}}$$

Основная сложность при этом связана с определением ковариации полученных результатов измерений. Экспериментальные данные для оценивания этой ковариации отсутствуют, следовательно, она должна быть оценена по типу В. Вопрос о достоверности такого оценивания остается открытым.

Оценкой степени эквивалентности двух эталонов является разность результатов измерений и стандартная неопределенность этой разности:

$$\{X_1 - X_2, \sqrt{u_{A1}^2 + u_{A2}^2}\}$$

При вычислении неопределенности этой разности следует учитывать только составляющие неопределенности, обусловленные случайными эффектами.

При завершении обработки данных, полученных при сличениях, естественно задаться вопросом, насколько полученные оценки степени эквивалентности значимы на уровне неопределенностей их вычисления. Если оценка систематического сдвига в результатах измерений не превосходит расширенной неопределенности этой оценки, то можно утверждать, что на данном уровне неопределенности систематический сдвиг незначим:

$$|X_1 - X_2| \leq 2\sqrt{u_{A1}^2 + u_{A2}^2}$$

3.4. Задачи А и В для группы эталонов

Результат, полученный национальной лабораторией, не противоречит приписанным характеристикам точности эталона, если его отклонение от опорного значения лежит в пределах расширенной неопределенности этого отклонения. Неопределенность отклонения складывается из неопределенности результата, полученного в лаборатории, суммарной неопределенности опорного значения, как оценки значения измеряемой величины, и возможной корреляции между результатом измерения в конкретной лаборатории и оценкой опорного значения, которая является следствием возможных близких систематических сдвигов в результатах измерений:

$$|X_i - X_{ref}| \leq 2\sqrt{u_i^2 + u_{ref}^2 - 2u_{iref}}$$

Оценка корреляции является самостоятельной и довольно непростой задачей. В этом случае естественно стремиться, по возможности, к тому, чтобы избежать наличия корреляции между данными, полученными в лабораториях. Например, для этого целесообразно включать в ключевые сличения только независимые эталоны – т.е. те, которые воспроизводят размер единицы, а не заимствуют его в других национальных лабораториях.

Оценкой степени эквивалентности i -ого национального эталона является:

$$\left\{ X_i - X_{ref}, \sqrt{u_{Ai}^2 + u_{Aref}^2 - 2u_{Airef}} \right\}.$$

Неопределенность этой разности складывается из неопределенности оценки опорного значения, обусловленной случайными эффектами, неопределенности результата измерения, обусловленной случайными эффектами, и их корреляции, обусловленной случайными эффектами. В данном случае можно считать, что корреляция между случайными погрешностями результатов, полученных в разных лабораториях, отсутствует.

Если оценка систематического сдвига результата измерения не превосходит расширенной неопределенности этой оценки, то можно утверждать, что на данном уровне неопределенности систематический сдвиг незначим:

$$\left| X_i - X_{ref} \right| \leq 2\sqrt{u_{Ai}^2 + u_{Aref}^2 - 2u_{Airef}}.$$

Пример. Чтобы пояснить сказанное рассмотрим простой пример, когда в качестве опорного значения берется среднее из значений, полученных в лабораториях.

$$X_{ref} = \frac{1}{N} \sum_1^N X_i, \quad u_{Aref}^2 = \frac{1}{N} \sum_1^N u_{Ai}^2, \quad \text{cov}(X_i, X_{ref}) = \frac{1}{N} u_{Ai}^2;$$

$$u_{Ai}^2 + u_{Aref}^2 - 2\text{cov}(X_i, X_{ref}) = u_{Ai}^2 + \frac{1}{N} \sum_1^N u_{Aj}^2 - \frac{2}{N} u_{Ai}^2 = \frac{N-1}{N} u_{Ai}^2 + \frac{1}{N} \sum_{j \neq i} u_{Aj}^2.$$

Оценкой степени эквивалентности эталона группе эталонов будет:

$$\left\{ X_i - \bar{X}, \sqrt{\frac{N-1}{N} u_{Ai}^2 + \frac{1}{N} \sum_{j \neq i} u_{Aj}^2} \right\}.$$

4. Альтернативный способ оценивания степени эквивалентности

Если понятие эквивалентности эталонов при решении задач калибровки ограничить их взаимозаменяемостью, то в этом случае можно предложить использовать в качестве меры эквивалентности эталонов толерантный интервал для распределения разности результатов калибровок в разных лабораториях.

По определению, толерантный интервал распределения – это интервал, который с заданной вероятностью содержит достаточно большую долю данного распределения:

$$P\left\{\int_{\Delta_1}^{\Delta_2} f(x)dx \geq p\right\} = \beta .$$

Для пары эталонов рассматривается толерантный интервал свертки двух распределений вероятностей результатов калибровок. Интерпретация здесь достаточно «прозрачна»: большинство разностей между результатами калибровок, выполненных в двух лабораториях, с заданной вероятностью лежат в указанных границах.

Для группы эталонов рассматривается толерантный интервал свертки распределения результатов калибровок в заданной лаборатории и распределения, являющегося нормированной суммой распределений результатов калибровок во всех лабораториях, участвующих в сличениях:

$$F(x) = \frac{1}{N} \sum F_i(x) .$$

Интерпретация этого следующая: большинство разностей между результатами калибровок в конкретной лаборатории и результатами в любой лаборатории из группы лабораторий с заданной вероятностью лежат в указанных границах.

5. Использование степени эквивалентности

Один из путей использования степени эквивалентности – это совместное исследование национальных эталонов, выявление и анализ систематических расхождений при воспроизведении размеров единиц, совершенствование эталонов и повышение точности измерений.

Возможно использование оценок степени эквивалентности при анализе предполагаемых расхождений при калибровке. В этом случае вполне подходит альтернативный способ определения степени эквивалентности.

Непосредственное применение оценок степени эквивалентности в «рабочих» измерениях, по существу, невозможно, поскольку различие в результатах измерений определяется в большей степени неопределенностями методик выполнения измерений, а также методик передачи размеров единиц, а не неопределенностями эталонов.

Использование оценок степени эквивалентности эталонов для разбиения эталонов на группы (в простейшем случае на две группы: тех, у которых высокая степень эквивалентности, и тех, которые не попадают в эту группу) представляется вопросом наиболее дискуссионным. Неясным остается принцип и критерий разбиения. При этом

близость к опорному значению не является гарантией более высокой точности воспроизведения размера единицы.

Для корректного решения задачи разбиения эталонов на группы необходимо оценить вероятности ошибок первого и второго рода, а именно – ошибочного исключения эталона из первой группы и ошибочного включения эталона в первую группу. Ясно, что особенно первая вероятность должна быть малой, поскольку пока непонятно, какие последствия может иметь исключение его из первой группы. Эта задача представляется непростой, особенно в условиях дефицита информации.

6. Выводы

Количественным выражением возможностей национальных институтов при проведении калибровок являются характеристики точности эталонов (стандартные неопределенности), определяемые национальными институтами и подтвержденные в ходе ключевых сличений.

Количественные оценки степени эквивалентности эталонов (оценки близости их систематических погрешностей) определяются в ходе ключевых сличений и являются предметом взаимного анализа участников сличений с целью исследования эталонов и совершенствования процедуры воспроизведения размера единицы.